



# Quadrature du cercle

1S

Fiche Élève

Auteur : PL

## Le problème de la quadrature du cercle

Ce problème, connu depuis l'Antiquité, consistait à essayer de construire, à la règle et au compas, un carré dont l'aire serait égale à l'aire  $\pi$  du cercle-unité (ce qui revient à construire  $\sqrt{\pi}$  à la règle et au compas). Il a été démontré à la fin du XIX<sup>ième</sup> siècle que ce problème n'a pas de solution. On peut toutefois obtenir une solution approchée.

### Construction

En ouvrant un logiciel de géométrie dynamique,

✓ créer les points repérés suivants :

$$A(0;0), \quad O(1;0), \quad B(0;2), \quad C\left(0; \frac{11}{5}\right), \quad D\left(0; \frac{13}{5}\right)$$

- ✓ tracer le cercle  $\gamma$  de centre  $O$ , passant par  $A$ .
- ✓ Le cercle de centre  $A$ , de rayon  $OC$  coupe la demi-droite  $[AO)$  en  $E$ .
- ✓ La parallèle à  $(OD)$  passant par  $E$  coupe la demi-droite  $[AB)$  en  $F$ .
- ✓  $G$  est le milieu de  $[AF]$ ,  $H$  est le point de l'axe des abscisses d'abscisse négative tel que  $AH = AG$ .
- ✓ Le cercle de diamètre  $[OH]$  coupe la demi-droite  $[AB)$  en  $L$ .
- ✓ Construire alors le carré  $ALMN$  où  $N$  est un point de l'axe des abscisses d'abscisse négative.

### Questions

1. Utiliser le logiciel pour comparer l'aire du carré  $ALMN$  à celle du cercle  $\gamma$ .
2. **a.** Déterminer une équation de la droite  $(OD)$ .  
**b.** Déterminer l'abscisse de  $E$  (valeur exacte) puis une équation de la droite  $(EF)$ .  
Quelle est l'ordonnée de  $F$  (valeur exacte) ? celle de  $G$  ?
3. En remarquant que le triangle  $HOL$  est rectangle, montrer que  $AL^2 = OA \times AH$  ; en déduire la valeur exacte de  $AL$ .
4. Conclure.

