Fabriquer une table de chiffres au hasard avec un dé

3e

Fiche professeur

Auteur : Raymond Moché

But de l'activité : Réviser les notions d'équiprobabilité des résultats possibles, de répétitions indépendantes et à l'identique d'une expérience aléatoire, d'expérience aléatoire à deux épreuves et calculer les probabilités des chemins de l'arbre qui représente une telle expérience.

Pré-requis :

- ✔ Probabilité d'un événement, cas équiprobable, indépendance des répétitions d'une expérience, une expérience aléatoire à deux épreuves étant représentée par un arbre, savoir calculer la probabilité d'un chemin.
- ✔ Égalité de la division euclidienne

Matériels utilisés :

- ✔ Salle de classe avec un ordinateur et un vidéoprojecteur ;
- ✔ un dé et un gobelet par groupe de 2 élèves.

Durée indicative : Une heure.

Documents utiles à télécharger :

- ✔ Feuille de la classe, fiche Élève, fiche Professeur

Déroulement de la séance :

Le professeur distribue à ses élèves les fiches Élève et leur laisse le temps de lire l'introduction ou leur présente lui-même les tables de chiffres au hasard et la façon de les utiliser, bien que ceci ne serve pas dans cette activité. Ensuite, il suffit de répondre aux questions. Les parties délicates à gérer sont l'expérimentation (questions I.2, qui comprend de petits calculs à la main) et la saisie des résultats expérimentaux (question II.1). C'est une activité globalement facile.

Variantes

- ✔ On pourrait, sur le même modèle, faire une activité sur « Fabriquer une table de nombres au hasard avec une pièce de monnaie équilibrée ». La représentation des nombres dans le système dyadique apparaîtrait plus clairement que leur représentation dans le système à base 6, qui a été utilisée ici de manière clandestine. Il est inutile de connaître les systèmes de numération, seulement la division euclidienne, le quotient et le reste.
- ✔ On peut poser beaucoup de questions supplémentaires comme : si on a deux dés de couleurs différentes, peut-on aller plus vite ? L'intérêt de cette question est qu'au lieu de lancer deux fois de suite un même dé, on peut lancer une seule fois deux dés que l'on saurait distinguer, pour obtenir r et q simultanément. On transforme ainsi une « expérience aléatoire à deux épreuves » en une « expérience aléatoire à une seule épreuve » et à résultats équiprobables. Plus généralement, les expériences aléatoires à deux épreuves indépendantes permises par le programme peuvent toutes être remplacées par une expérience aléatoire à une seule épreuve.

Commentaires et solution

L'indépendance du calcul des probabilités est un peu masquée par le programme. Elle est automatiquement satisfaite quand on répète une même expérience en se replaçant chaque fois dans les mêmes conditions initiales (ici, on touille). Nous ne l'avons pas oubliée dans l'énoncé.

Les tables de nombres au hasard étaient très utilisées autrefois. L'aperçu qui figure dans la fiche Élève provient de la Revue de Statistique Appliquée : Tables statistiques, numéro spécial, 1973. Elles ont perdues tout intérêt car il est très facile de s'en passer en simulant les nombres au hasard dont on a besoin. Par exemple, on fabriquera une table de chiffres au hasard à l'aide de l'instruction =ALEA.ENTRE.BORNES(0;9) du tableur Calc de OOo.

Question I.1 – 1/36.

Question I.2 - Les élèves doivent lancer le dé deux fois de suite, calculer n, le noter et recommencer 9 fois. Il y a là un problème de gestion de classe.

Question I.3.a – Mettre des 1/6 partout.

Questions I.3.b et I.3.c – Il y a 36 chemins en tout. Les dénombrements ne sont pas au programme, mais la réponse est soufflée. Comme il y a trop de chemins, on ne peut pas dessiner l'arbre en entier, ce serait trop long. L'intérêt des arbres, on le voit, est limité aux cas simples. Mettre des 1/6 partout.

Question I.4 – On applique la règle : « Dans un arbre, la probabilité du résultat auquel conduit un chemin est égal au produit des probabilités rencontrées sur ce chemin ». On trouve 1/36 dans les 3 cas.

II.1 – Recopier les nombres engendrés par les élèves ne doit pas durer longtemps. Un élève (ou le professeur) peut rentrer ligne après ligne les résultats que ses camarades énoncent. On peut faire les remarques habituelles : est-ce normal que tout le monde ne trouve pas la même chose, etc.

II.2 – On s'attend à ce que cette proportion soit voisine de 10/36. Cependant, comme l'échantillon est petit, l'écart peut être important.

II.3 – On n'est pas sûr de pouvoir remplir le tableau. On s'attend à rejeter des nombres dans la proportion de 26/36 en moyenne. Par exemple, si la classe a été partagée en 14 groupes de 2 élèves, le tableau 4 a 14 lignes, donc 140 nombres au hasard (entre 0 et 35). On devrait en rejeter à peu près 101. Il est donc très probable, mais pas sûr, que la table de chiffres au hasard contiendra sensiblement mois que 100 chiffres.

II.4 - Pour obtenir 100 chiffres au hasard, il faudrait que le tableau 4 ait en moyenne 360 nombres. Mais cela risque de ne pas suffire, à cause de l'incertitude due au hasard. On prendra donc la précaution d'en engendrer plus. Par exemple, s'il y a 14 groupes d'élèves dans la classe, on demandera à chaque groupe d'engendrer 30 nombres au hasard entre 0 et 35, sans aucune garantie (mais avec de bonnes chances) que cela soit suffisant.