



Approche fréquentiste de la probabilité en troisième (1)

3e

Fiche professeur

Auteur : Raymond Moché

But de l'activité : Activité de base sur l'approche fréquentiste de la probabilité : on simule 900 lancers d'un dé, on constate, en recalculant plusieurs fois le graphe obtenu car celui-ci présente une variabilité notable, que les fréquences de sortie du 6 se rapprochent de $1/6$, nombre que l'on définit comme la probabilité de sortie du 6 dans l'approche fréquentiste de la probabilité. On montre aussi qu'un petit nombre de lancers ne permet pas de tirer de conclusion.

Compétences engagées :

Usage d'un tableur-grapheur : saisir et recopier une formule, consulter l'assistant fonctions

fonctions utilisées : ALEA.ENTRE.BORNES et NB.SI,

Interpréter un graphique

Pré-requis :

Notions d'effectif et de fréquence ; il est préférable que les élèves aient été initiés aux fonctions ALEA.ENTRE.BORNES et NB.SI.

Matériels utilisés :

Vidéoprojecteur (conseillé)

Classe informatique

Durée indicative : Une heure. La fiche élève peut être interrompue à la fin des questions 4 ou 5. Par contre, il est souhaitable que le professeur complète la séance au vidéo-projecteur (cf. « Classeur Professeur »).

Nom des logiciels utilisés :

OpenOffice Calc.

Documents utiles à télécharger :

Classeur Élève, Classeur Professeur (format ods),
Fiche élève (format odt ou pdf).

Déroulement de la séance :

- Les élèves sont guidés par la « Fiche Élève ». Ils ouvrent tout de suite le « Classeur Élève » et répondent aux questions 1, 2, 3 et 4. La question 4 est évidemment la question clef parce que l'on y découvre le phénomène de stabilisation des fréquences qui permettra de donner la valeur approximative de la probabilité de tout événement lié à une expérience aléatoire que l'on peut répéter, suivant le point de vue fréquentiste. Dans le cas du dé, comme la valeur de stabilisation de la fréquence est voisine de $1/6$, on définira la probabilité de l'événement « Le 6 est sorti » comme le nombre $1/6$. On est amené à ce choix par le fait que 6 a évidemment une chance sur 6 de sortir quand on lance un dé, remarque qui contient en germe la formule de Laplace et qui est bien évidemment utilisée dans la simulation que l'on fait à la première question (fonction ALEA.ENTRE.BORNES).
- Trois formules sont à saisir (en A3, A36 et A42) ; ensuite les calculs et le graphe se font automatiquement. Les fréquences sont calculées tous les 30 lancers, ce qui permet de conserver des tableaux de taille « raisonnable » et d'obtenir un graphe clair.
- **Piège** Il est tout à fait possible que le graphe obtenu montre une magnifique (!) stabilisation vers 0,3 par exemple (ou pire), ce qui serait très gênant et difficile à expliquer aux élèves. Voilà pourquoi il faut recalculer ce graphe plusieurs fois, pour convaincre. Malgré tout, on se doute que 900 lancers, c'est notoirement insuffisant (cela est dû au fait que la convergence dans la loi des grands nombres est lente). Par exemple, dans la feuille 2 du « Classeur Professeur », nous avons obtenu successivement 0.168, 0.166 et 0.171 comme fréquence de 6 après 20000 lancers, ce qui n'est pas bon ! Le professeur peut développer cette idée à la question 6 où l'on voit bien qu'en lançant le dé seulement 30 fois, on ne peut rien conclure du tout. Le piège est donc de travailler sur un trop petit nombre de lancers, par exemple pour que les feuilles de calcul soient plus lisibles. On risque alors d'obtenir des résultats vraiment

aberrants.

- Outre ce qui vient d'être dit, le « Classeur Professeur » qui est assez lourd (2 Mo) peut être montré à la classe à l'aide d'un vidéo projecteur. Il contient à la feuille 1 un graphe portant sur les 30 derniers lancers. L'idée est de montrer aux élèves que s'il y a stabilisation des fréquences, ce n'est pas parce que le hasard s'assagit avec le temps : la raison est que quand on calcule une fréquence, on met le nombre n de lancers effectués au dénominateur, si bien que l'effet des sautes d'humeur du numérateur se trouve amoindri quand n devient grand.
- Utiliser le vidéo projecteur et le « Classeur Professeur » peut aussi permettre de terminer l'activité si elle a pris du retard. On peut en effet l'arrêter à la fin de la question 4 ou à la fin de la question 5. Dans la question 5, on calcule la fréquence après chaque lancer et non tous les 30 lancers comme précédemment. On obtient des graphes qui ressemblent à ceux du projet de document d'accompagnement. De plus, les calculs sont un peu plus faciles.
- En résumé, à la question 4, on passe de l'expression du langage courant « Le 6 a 1 chance sur 6 de sortir » à « La probabilité que 6 sorte est $1/6$ » en s'appuyant sur le fait que les fréquences se rapprochent et se stabilisent autour du nombre $1/6$ quand le nombre de lancers pris en compte augmente suffisamment.
- Le nombre $1/6$ est choisi parce que nous le rapprochons du fait que 6 a une chance sur 6 de sortir. Sans cela, nous aurions peut-être choisi 1,5 ou 1,7123456789. En fait, le choix aurait été impossible. Mais le niveau de la stabilisation donne une approximation (aléatoire) acceptable de la probabilité si le nombre de lancers est suffisant. La suite de l'étude de la notion de probabilité d'un événement consiste à admettre que ce phénomène est général.
- Voilà pourquoi on pourra proposer une approximation de la probabilité pour qu'une punaise tombe sur la pointe, que l'on a aucun moyen de déterminer exactement, dans l'activité « La punaise : probabilités en Troisième »

<http://gradus-ad-mathematicam.fr/3emeProba.html>

